Universität Rostock
Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaften
Klausur 10.08.2021

Gruppe B

Aufgabe B1 (4 Punkte):

Elon braucht für seinen neuen Weltraumbahnhof einen Sauerstofftank. Dieser soll zylindrisch sein, 5 000 m^3 fassen und eine möglichst kleine Oberfläche haben. Bestimmen Sie mittels des Lagrange-Formalismus die optimalen Maße. Stellen Sie dazu die Lagrange-Funktion auf, berechnen Sie deren partielle Ableitungen und bestimmen Sie alle kritischen Punkte.

Aufgabe B2 (4 Punkte):

Bestimmen Sie alle partiellen Ableitungen erster Ordnung von

(a) $f(x,y) = 4x^2 + x^2y^2 - 2xy + 4y^2 - 7x + 3y$, (b) $f(x,y) = \sqrt[4]{4x+6y}$

(c) $f(x,y) = \big(\cos(x) + y\big)\big(x^2 + \exp(y)\big)$, (d) $f(x,y,z) = \sin(x^3 + y^2 + z)$

sowie für (a) zusätzlich alle partiellen Ableitungen zweiter Ordnung.

Aufgabe B3 (4 Punkte):

Achim möchte Schülervertreter seiner Schule werden und wirbt für sich. Durch Argumente und Schulhofgespräche der Kinder untereinander kann er jede Woche Wahlkinder im Umfang von 50% der Anzahl seiner aktuellen Anhänger neu für sich hinzugewinnen. Seine Fürsprecher verfolgen sein Tun aber auch kritisch und so wenden sich wöchentlich 10% seiner Anhänger von vor 2 Wochen enttäuscht von ihm ab.

Stellen Sie eine rekursive Bildungsvorschrift für die Anzahl b_n an Wahlstimmen, die Achim in Woche n auf sich vereinen kann, auf. Bestimmen Sie das charakteristische Polynom der Rekursion sowie dessen Nullstellen. Berechnen Sie b_5 zu $b_1 = 20$ und $b_2 = 30$.

Aufgabe B4 (4 Punkte):

Berechnen Sie mittels Substitution bzw. partieller Integration folgende Integrale

(a) $\displaystyle\int_0^\pi (-\sin(x) + 0.7)\exp(\cos(x) + 0.7x - 1)\,\mathrm{d}x$, (b) $\displaystyle\int_0^1 x\exp(2x)\,\mathrm{d}x$.

Aufgabe B5 (4 Punkte):

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & \beta \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix},$$

wobei A von dem Parameter $\beta \in \mathbb{R}$ abhängt. Berechnen Sie die Lösung x in Abhängigkeit des Parameters β. Für welche β ist das System nicht lösbar?

Das Kleingedruckte: Lösen Sie alle Aufgaben selbstständig, geben Sie alle von Ihnen verwendeten Hilfsmittel an. Kennzeichnen Sie alle Blätter mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer. Das Auftreten von Daten aus fremden Aufgaben zählt als Betrug. Geben Sie dieses Blatt zusammen mit den Lösungen in verschlossenem Umschlag ab. Beschriften Sie den Umschlag mit Ihrem Namen, Ihrer Matrikelnummer, der Anzahl der Blätter mit Lösungen (Aufgabenblatt nicht mitzählen) und Ihrer Gruppe.