

Gruppe **A**

Aufgabe A1 (4 Punkte):

Ferry braucht für sein neues Automobil einen Wasserstofftank. Dieser soll zylindrisch sein, 0.2m^3 fassen und eine möglichst kleine Oberfläche haben. Bestimmen Sie mittels des Lagrange-Formalismus die optimalen Maße. Stellen Sie dazu die Lagrange-Funktion auf, berechnen Sie deren partielle Ableitungen und bestimmen Sie alle kritischen Punkte.

Aufgabe A2 (4 Punkte):

Bestimmen Sie alle partiellen Ableitungen erster Ordnung von

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & f(x, y) = x^2 + 4x^2y^2 - 4xy + y^2 - 3x + 7y, \\ \text{(b)} & f(x, y) = \sqrt[3]{3x + 5y} \\ \text{(c)} & f(x, y) = (x + \sin(y))(\exp(x) + y^2), \\ \text{(d)} & f(x, y, z) = \cos(x + y^2 + z^3) \end{array}$$

sowie für (a) zusätzlich alle partiellen Ableitungen zweiter Ordnung.

Aufgabe A3 (4 Punkte):

Anne-Lena möchte Schulsprecherin werden und wirbt für sich. Wöchentlich kann sie durch Argumente und Schulhofgespräche der Kinder untereinander Wahlkinder im Umfang von 80% der aktuellen Anhängerschaft neu für sich hinzugewinnen. Ihre Fürsprecher betreiben jedoch auch Nachforschungen in alten Schulzeitungen, welche etwas Zeit brauchen, und so wenden sich wöchentlich 20% ihrer Anhänger von vor 2 Wochen enttäuscht von ihr ab.

Stellen Sie eine rekursive Bildungsvorschrift für die Anzahl a_n an Wahlkindern, die Anne-Lena in Woche n auf ihrer Seite hat, auf. Bestimmen Sie das charakteristische Polynom der Rekursion sowie dessen Nullstellen. Berechnen Sie a_5 zu $a_1 = 25$ und $a_2 = 45$.

Aufgabe A4 (4 Punkte):

Berechnen Sie mittels Substitution bzw. partieller Integration folgende Integrale

$$\text{(a)} \quad \int_0^\pi (\cos(x) + 0.3) \exp(\sin(x) + 0.3x - 1) dx, \quad \text{(b)} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos(2x) dx.$$

Aufgabe A5 (4 Punkte):

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & \gamma \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

wobei A von dem Parameter $\gamma \in \mathbb{R}$ abhängt. Berechnen Sie die Lösung x in Abhängigkeit des Parameters γ . Für welche γ ist das System nicht lösbar?

Das Kleingedruckte: Lösen Sie alle Aufgaben selbstständig, geben Sie alle von Ihnen verwendeten Hilfsmittel an. Kennzeichnen Sie alle Blätter mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer. Das Auftreten von Daten aus fremden Aufgaben zählt als Betrug. Geben Sie dieses Blatt zusammen mit den Lösungen in verschlossenem Umschlag ab. Beschriften Sie den Umschlag mit Ihrem Namen, Ihrer Matrikelnummer, der Anzahl der Blätter mit Lösungen (Aufgabenblatt nicht mitzählen) und Ihrer Gruppe.