

Gruppe A

Aufgabe A1 (4 Punkte):

Bestimmen Sie alle partiellen Ableitungen erster Ordnung von

$$\begin{array}{ll} \text{(a) } f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3, & \text{(b) } f(x, y) = (2x + 5y)^3 \\ \text{(c) } f(x, y) = \sqrt{x^2y}, & \text{(d) } f(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + z^2). \end{array}$$

Aufgabe A2 (4 Punkte):

Bestimmen Sie das Minimum von $f(x, y) = 3x^2 + 3xy + 2y^2 + 9x - 6y$ unter der Nebenbedingung $3x + y = -5$ mittels des Lagrange-Formalismus. Gehen Sie wie folgt vor:

- Bestimmen Sie zu dem Optimierungsproblem die Lagrange-Funktion.
- Bestimmen Sie die kritischen Punkte der Lagrange-Funktion.

Aufgabe A3 (4 Punkte):

Olaf verteilt großzügig Geschenke an seine Angestellten. Seine Firma *Gieß-und-Kanne GmbH* nimmt dafür einen Kredit in Höhe von 500 000 € auf, welcher monatlich mit 0.2% verzinst wird. Olaf plant, den Kredit vollständig über Einsparungen bei den Personalkosten zu finanzieren. Wieviel muss er an Lohnkosten monatlich einsparen, wenn der Kredit in 10 Jahren abbezahlt sein soll?

Aufgabe A4 (4 Punkte):

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Was ist die Lösungsmenge, wenn $x \geq 0$ erfüllt sein soll?

Aufgabe A5 (4 Punkte):

Gegeben ist das lineare Optimierungsproblem

$$\begin{array}{rcl} x_1 & & \leq 5 \\ & x_2 & \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 & & \leq 12 \\ x_1, x_2 & \geq 0, & x_1 + 2x_2 \rightarrow \max. \end{array}$$

- Skizzieren Sie den zulässigen Bereich des Optimierungsproblems und bestimmen Sie die optimale Lösung.
- Geben Sie die Standardform des Optimierungsproblems ($Ax = b, x \geq 0, c^T x \rightarrow \min$) an.

Hinweis: Führen Sie Schlupfvariablen ein und beachten Sie, dass ein Minimum statt eines Maximums zu bestimmen ist.

Das Kleingedruckte: Lösen Sie alle Aufgaben selbstständig, geben Sie alle von Ihnen verwendeten Hilfsmittel an. Kennzeichnen Sie alle Blätter mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer. Das Auftreten von Daten aus fremden Aufgaben zählt als Betrug. Geben Sie dieses Blatt zusammen mit den Lösungen in verschlossenem Umschlag ab. Beschriften Sie den Umschlag mit Ihrem Namen, Ihrer Matrikelnummer, der Anzahl der Blätter mit Lösungen (Aufgabenblatt nicht mitzählen) und Ihrer Gruppe.