

Gruppe B

Aufgabe B1 (4 Punkte):

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 6 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe B2 (4 Punkte):

Bestimmen Sie jeweils alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung von

$$(i) f(x, y) = 3x^3 - x^2y + xy^2 - 3y^3, \quad (ii) f(x, y) = (2x - 5y)^4, \quad (iii) f(x, y) = \frac{y}{x}.$$

Aufgabe B3 (4 Punkte):

Berechnen Sie

$$(a) \int_0^1 \frac{4x + 3}{2x^2 + 3x + 4} dx, \quad (b) \int_{\pi}^{2\pi} x \cos(x) dx.$$

Hinweis: Nutzen Sie bei (a) die Substitution $z = 2x^2 + 3x + 4$ und bei (b) partielle Integration.

Aufgabe B4 (4 Punkte):

Clemens beschäftigt in seinem Werk viele Arbeiter mit dubiosen Verträgen. Monatlich heuern neue Arbeiter im Umfang von 10% der aktuellen Belegschaftsgröße bei Clemens an. Aufgrund negativer Erfahrungen verlassen aber monatlich 20% der Arbeiter, die schon vor einem Monat angestellt waren, den Betrieb.

- Stellen Sie eine rekursive Bildungsvorschrift für die Anzahl der Mitarbeiter auf. Dabei sei b_n die Belegschaftsgröße im Monat n nach Firmengründung.
- Geben Sie zu $b_1 = 100$ und $b_2 = 110$ die Belegschaftsgrößen der folgenden 2 Monate an.

Aufgabe B5 (4 Punkte):

Gegeben ist das lineare Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} x_1 & \leq 4 \\ x_2 & \leq 5 \\ x_1 + 2x_2 & \leq 12 \\ 2x_1 + 3x_2 & \rightarrow \max. \end{aligned}$$

Skizzieren Sie den zulässigen Bereich des Optimierungsproblems und bestimmen Sie die optimale Lösung.

Das Kleingedruckte: Lösen Sie alle Aufgaben selbstständig, geben Sie alle von Ihnen verwendeten Hilfsmittel an. Kennzeichnen Sie alle Blätter mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer. Das Auftreten von Daten aus fremden Aufgaben zählt als Betrug. Geben Sie dieses Blatt zusammen mit den Lösungen in verschlossenem Umschlag ab. Beschriften Sie den Umschlag mit Ihrem Namen, Ihrer Matrikelnummer, der Anzahl der Blätter mit Lösungen (Aufgabenblatt nicht mitzählen) und Ihrer Gruppe.