

Numerik IV

PROBLEM 8

Man löse das folgende Dammbruchproblem: Bei $x = 0$ befindet sich eine Staumauer, links davon betrage der Wasserstand $u = u_l = 16$, rechts davon $u = u_r = 0.5$. Das Wasser steht still, $v_l = v_r = 0$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Barriere plötzlich entfernt.

Das Gleichungssystem für Masse und Impuls lautet

$$\begin{aligned}\partial_t u &= \partial_x F(u, v), \\ \partial_t(uv) &= \partial_x G(u, v)\end{aligned}$$

mit $F(u, v) = uv$ und $G(u, v) = uv^2 + \frac{gu^2}{2}$.

Die Dichte wird als konstant 1000 angenommen, $g = 9.81$.

Man löse die Gleichungen für $t \in [0, T]$, wobei T so zu wählen ist, dass $u(-5, T) < 1$. Das x -Intervall ist der Form $[-5, X]$, so dass $u(X, T) < 0.6$.