

Mathematik II für Chemie

PRÜFUNGSKLAUSUR

Gruppe A

30.07.2015

1. Beschreiben Sie die lineare Hülle der Polynome

$$p_1(x) = (x + 1)(x - 1)(x - 2), p_2(x) = (x + 2)(x - 1)(x - 2),$$

$$p_3(x) = (x + 2)(x + 1)(x - 2), p_4(x) = (x + 2)(x + 1)(x - 1)$$

und stellen Sie $q(x) = x^2 - x^3$ als Linearkombination von p_1, p_2, p_3 und p_4 dar!

2. Unter Verwendung der Polynome aus 1) konstruiere man ein lineares Gleichungssystem $Mr = n$ wie folgt: Es sei $x_i = i - 2$, $n_i = q(x_i) - x_i^6$, und $M_{ij} = p_j(x_i)$ für $i = 0, 1, \dots, 4$, $j = 1, 2, 3, 4$.

Man löse $Mr = n$ im Sinne der Methode der Kleinsten Quadrate!

3. Bestimmen Sie die Niveaulinien von

$$f(x) = x_1x_2(1 - x_1x_2) \text{ und } g(x) = 2x_1 - 3x_2 + 1$$

für Vektoren x aus $D = [0, 1] \times [0, 1]$.

Haben f oder g lokale Extrema in diesem Bereich?

Bestimmen Sie das Maximum von f entlang der Strecke $g(x) = 0$, $x \in D$.

4. Man berechne die quadratische Näherung T_q^* von f aus 3) an einer lokalen Extremstelle x^* und werte T_q^* im Punkt $\bar{x} = (0.5, 0.5)$ aus.

Geben Sie Bild und Kern der Jacobi- und Hessematrix an!

5. Es sei \bar{M} die Teilmatrix von M aus 2), die durch Streichung der ersten Zeile entsteht. Stellen Sie das charakteristische Polynom auf und geben Sie einen Eigenwert und den dazugehörigen Eigenvektor an!

6. Man löse das System $\dot{u}(t) = v(t)$, $\dot{v}(t) = u(t) - \exp(-3t)$, durch Entkopplung mittels Diagonalisierung der Systemmatrix!

7. Man berechne die Länge einer Windung der Spirale

$$x = \exp(-t) \cos(t), y = \exp(-t) \sin(t), t \in [0, 2\pi].$$